

Азы классической комбинаторики 2.

1. а) Сколько существует десятизначных чисел, в записи которых имеется хотя бы две одинаковые цифры?
б) Найдите сумму всех трёхзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4 (цифры могут повторяться).
в) Найдите сумму всех семизначных чисел, которые можно получить всевозможными перестановками цифр 1, ..., 7.
2. Ладья стоит на левом поле клетчатой полоски 1×30 и за ход может сдвинуться на любое количество клеток вправо. а) Сколькими способами она может добраться до крайнего правого поля? б) Сколькими способами она может добраться до крайнего правого поля ровно за семь ходов?
3. Параллелограмм пересекает 9 прямых, параллельных одной из пар его сторон и 4 прямых, параллельных второй паре его сторон. Сколько различных параллелограммов (не обязательно «пустых») можно выделить на этой картинке?
4. а) Сколькими способами можно разбить 15 человек на три команды по пять человек в каждой?
б) Сколькими способами можно выбрать из 15 человек две команды по пять человек в каждой?
5. На каждой из двух параллельных прямых отмечено по 9 точек. Сколько различных треугольников с вершинами в этих точках существует? б) А четырехугольников?
6. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «ПОЛУПАРАЛЛЕЛОГРАММ», чтобы никакие две гласные не стояли рядом? А если согласные при этом должны стоять в алфавитном порядке?
7. Поезду, в котором находится m пассажиров, предстоит сделать n остановок.
а) Сколькими способами могут выйти пассажиры на этих остановках?
б) Решите ту же задачу, если учитывается лишь количество пассажиров, вышедших на каждой остановке.
8. Сколькими способами можно разложить 10 орехов по трем ящикам в случае если орехи одинаковые, а ящики разные и при этом ящики а) могут оставаться пустыми б) не могут оставаться пустыми?
9. Среди десятизначных чисел каких больше: тех, которые можно представить как произведение двух пятизначных чисел, или тех, которые нельзя так представить?
10. Имеется 16 шариков 4 цветов, по 4 шарика каждого цвета. Сколькими способами можно разложить их в 9 коробок?
11. Найдите коэффициент, получившийся после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых а) при $x^{10}y^4$ в выражении $(x + y)^{14}$; б) при $a^2b^{10}c^{10}d^{10}$ в выражении $(a + b + c + d)^{32}$; в) при x^9 в выражении $(1 - 2x + x^4)^6$.
- 12.* Сколькими способами из 50 человек, среди которых 25 юношей и 25 девушек, можно выбрать компанию в которой одинаковое число юношей и девушек?

Азы классической комбинаторики 2.

1. а) Сколько существует десятизначных чисел, в записи которых имеется хотя бы две одинаковые цифры?
б) Найдите сумму всех трёхзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4 (цифры могут повторяться).
в) Найдите сумму всех семизначных чисел, которые можно получить всевозможными перестановками цифр 1, ..., 7.
2. Ладья стоит на левом поле клетчатой полоски 1×30 и за ход может сдвинуться на любое количество клеток вправо. а) Сколькими способами она может добраться до крайнего правого поля? б) Сколькими способами она может добраться до крайнего правого поля ровно за семь ходов?
3. Параллелограмм пересекает 9 прямых, параллельных одной из пар его сторон и 4 прямых, параллельных второй паре его сторон. Сколько различных параллелограммов (не обязательно «пустых») можно выделить на этой картинке?
4. а) Сколькими способами можно разбить 15 человек на три команды по пять человек в каждой?
б) Сколькими способами можно выбрать из 15 человек две команды по пять человек в каждой?
5. На каждой из двух параллельных прямых отмечено по 9 точек. Сколько различных треугольников с вершинами в этих точках существует? б) А четырехугольников?
6. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «ПОЛУПАРАЛЛЕЛОГРАММ», чтобы никакие две гласные не стояли рядом? А если согласные при этом должны стоять в алфавитном порядке?
7. Поезду, в котором находится m пассажиров, предстоит сделать n остановок.
а) Сколькими способами могут выйти пассажиры на этих остановках?
б) Решите ту же задачу, если учитывается лишь количество пассажиров, вышедших на каждой остановке.
8. Сколькими способами можно разложить 10 орехов по трем ящикам в случае если орехи одинаковые, а ящики разные и при этом ящики а) могут оставаться пустыми б) не могут оставаться пустыми?
9. Среди десятизначных чисел каких больше: тех, которые можно представить как произведение двух пятизначных чисел, или тех, которые нельзя так представить?
10. Имеется 16 шариков 4 цветов, по 4 шарика каждого цвета. Сколькими способами можно разложить их в 9 коробок?
11. Найдите коэффициент, получившийся после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых а) при $x^{10}y^4$ в выражении $(x + y)^{14}$; б) при $a^2b^{10}c^{10}d^{10}$ в выражении $(a + b + c + d)^{32}$; в) при x^9 в выражении $(1 - 2x + x^4)^6$.
- 12.* Сколькими способами из 50 человек, среди которых 25 юношей и 25 девушек, можно выбрать компанию в которой одинаковое число юношей и девушек?