

Геометрические идеи в ГИА

1. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 84. Найдите стороны треугольника ABC .

2. Диагонали вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке M . O – центр описанной окружности треугольника BMC . Докажите, что $MO \perp AD$.

3.1 Найдите площадь трапеции $ABCD$ с боковой стороной $BC = 5$, если расстояния от вершин A и D до прямой BC равны 3 и 7 соответственно.

3.2 Диагонали трапеции равны 8 и 15, а средняя линия равна 8,5. Найдите площадь трапеции.

3.3 Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 20 и 25, а основание BC равно 5. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

3.4 Углы при одном из оснований трапеции равны 85° и 5° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 1. Найдите основания трапеции.

4. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 15$, $BC = 14$.

5. Окружность, вписанная в трапецию $ABCD$, касается ее боковых сторон AB и CD в точках M и N соответственно. Известно, что $AM = 8MB$ и $DN = 2CN$. Докажите, что $AD = 4BC$.

6. Окружность радиуса 4 касается внешним образом второй окружности в точке B . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку B , пересекается с некоторой другой их общей касательной в точке A . Найдите радиус второй окружности, если $AB = 6$.

7. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и CQ .

а). Докажите, что угол PAC равен углу PQC .

б). Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $PQ = 8$ и $\angle ABC = 60^\circ$.

8. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 16 и 48, вписаны в угол с вершиной A . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K , пересекает стороны угла в точках B и C . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

9. Точка O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC . На продолжении отрезка AO за точку O отмечена точка K так, что $BK = OK$.

а) Докажите, что четырехугольник $ABKS$ вписанный.

б) Найдите длину отрезка AO , если известно, что радиусы вписанной и описанной окружностей треугольника ABC равны 3 и 12 соответственно, а $OK = 5$.

10. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 12$, $BC = 5$. Окружность радиуса $\frac{1}{2}$ с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{5}$ длины катета AC .

б) Найдите радиус второй окружности.

11. Площадь треугольника ABC равна 80. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD : CD = 1 : 3$. Найдите площадь четырехугольника $EDCK$.

12. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырехугольника $KPCM$.