

Медиана

1. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) биссектриса BD в два раза короче биссектрисы AE . Найдите углы треугольника ABC .
2. Докажите, что ортоцентр, отраженный относительно середины стороны, попадает на описанную окружность.
3. Пусть H — ортоцентр треугольника ABC , а K — проекция точки H на медиану BM этого треугольника. Докажите, что точки A , K , H и C лежат на одной окружности.
4. В треугольнике ABC высота BH равна медиане AM . Найдите угол MAC .
5. Дан треугольник ABC , CD — медиана, проведённая к стороне AB . Докажите, что если $AC > BC$, то угол ACD меньше угла BCD .
6. Докажите, что если медиана меньше половины стороны, к которой она проведена, то она выходит из вершины тупого угла.
7. В неравнобедренном треугольнике ABC точки H и M — точки пересечения высот и медиан соответственно. Через вершины A , B и C проведены прямые, перпендикулярные прямым AM , BM , CM соответственно. Докажите, что точка пересечения медиан треугольника, образованного проведёнными прямыми, лежит на прямой MH .
8. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана точка K так, что середина стороны AD равноудалена от точек K и C , а середина стороны CD равноудалена от точек K и A . Точка N — середина отрезка BK . Докажите, что углы NAK и NCK равны.
9. В треугольнике ABC проведены высота BH , медиана BB_1 и средняя линия A_1C_1 (A_1 лежит на стороне BC , C_1 — на стороне AB). Прямые A_1C_1 и BB_1 пересекаются в точке M , а прямые C_1B_1 и A_1H — в точке N . Докажите, что прямые MN и BH параллельны.
10. В остроугольном треугольнике ABC проведена медиана BM . Точки P и Q — центры вписанных окружностей треугольников ABM и CBM соответственно. Докажите, что вторая точка пересечения описанных окружностей треугольников ABP и CBQ лежит на отрезке BM .