

Взвешивания

В этом листе "ФМ сокращение для "фальшивая монета"

1. Одна из девяти монет фальшивая, весит легче настоящей. Как определить ФМ за 2 взвешивания?

2. а) Одна из 27 монет фальшивая, она весит легче настоящей. Как определить ФМ за 3 взвешивания? б) Решите ту же задачу для 26 монет. в) Придумайте, как обобщить решение на любое число монет от 10 до 27.

3. а) Докажите, что за два взвешивания невозможно гарантированно определить одну легкую ФМ из более чем девяти монет.

б) Решая задачу 2а Матвей положил в первом взвешивании на каждую чашу весов не по 9 монет. Докажите, что у него может не получиться определить ФМ за три взвешивания.

4. Из какого наибольшего числа монет удастся определить одну легкую ФМ за четыре взвешивания? Обоснуйте свой ответ.

5. Среди восьми монет, возможно, есть одна легкая ФМ (но ее может и не быть). Как за два взвешивания найти ФМ, если она есть, или доказать, что ее нет?

6. а) Пусть имеется 7 серебряных монет и 2 медные (они отличаются по виду от серебряных). Известно, что одна из них фальшивая (легче своих аналогов), а остальные настоящие (настоящая серебряная монета отличается по весу от настоящей медной). Как найти ФМ за два взвешивания? б) Решите ту же задачу для $N \leq 9$ серебряных монет и $9 - N$ медных.

7. Есть одна золотая, 3 серебряные и 5 бронзовых медалей. Известно, что одна из них фальшивая (весит легче настоящей). Настоящие медали из одного металла весят одинаково, а из различных - нет. Как за 2 взвешивания на чашечных весах без гири найти фальшивую медаль?

8. Есть 27 монет, часть из них серебряные, остальные - медные. Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (настоящая серебряная монета отличается по весу от настоящей медной). ФМ легче настоящей монеты из того же металла. Как найти ФМ за три взвешивания?

9. Есть 5 серебряных и 4 золотые монеты. Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (настоящая серебряная монета отличается по весу от настоящей золотой). Если ФМ серебряная, то она легче настоящих серебряных монет, а если золотая, то тяжелее настоящих золотых. Как найти ФМ за два взвешивания?

10. Есть 27 монет, часть из них серебряные, остальные - золотые. Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (настоящая серебряная монета отличается по весу от настоящей золотой). Если ФМ серебряная, то она легче настоящих серебряных монет, а если золотая, то тяжелее настоящих золотых. Как найти ФМ за три взвешивания?

11. Пусть среди 24 монет ровно половина - золотые. Одна из этих монет фальшивая, причем серебряная ФМ легче настоящей серебряной монеты, а золотая тяжелее настоящей золотой. Если на чашу весов положить больше четырех золотых монет или больше четырех серебряных монет, весы сломаются (а если положить на каждую чашу ровно по 4 тех и других, то выдержат). Как найти ФМ за три взвешивания?

12. Имеется 9 гирек-эталонов весом 100г, 200г, ..., 900г. К сожалению, одна из гирек побывала в руках нечестных торговцев, и теперь она весит немного (не более, чем на 10г) легче, чем раньше. Как определить эту гирьку за два взвешивания?