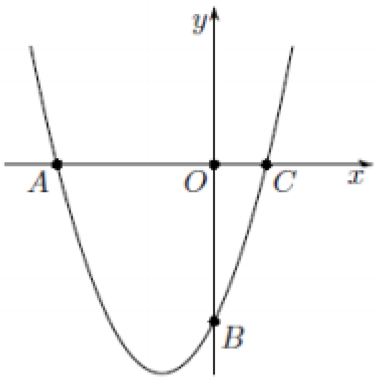
[2101]

[2019–2020] *9 сентября 2019 г.*

Про квадратный трехчлен

1. Известно, что корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ — целые числа, а p и q — простые числа. Найдите p и q.

2. На рисунке изображён график функции $y = x^2 + ax + b$. Известно, что прямая AB перпендикулярна прямой $y = x$. Найдите длину отрезка OC.



3. Дан многочлен $P(t) = t^2 - 4t$. Доказать, что при любых $x > 1$ и $y > 1$ выполняется $P(x^2 + y^2) > P(2xy)$.

4. Квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ принимает в точках $1/a$ и c значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена f(x) имеют разные знаки.

5. Сто последовательных чётных чисел взяли в качестве коэффициентов a_k и b_k в 50 квадратных уравнениях вида $x^2 + a_k x + b_k = 0$. Могут ли все эти уравнения иметь целые корни?

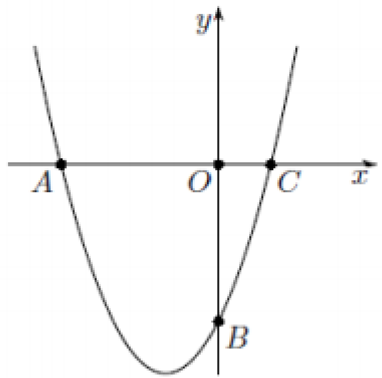
[2101]

[2019–2020] *9 сентября 2019 г.*

Про квадратный трехчлен

1. Известно, что корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ — целые числа, а p и q — простые числа. Найдите p и q.

2. На рисунке изображён график функции $y = x^2 + ax + b$. Известно, что прямая AB перпендикулярна прямой $y = x$. Найдите длину отрезка OC.



3. Дан многочлен $P(t) = t^2 - 4t$. Доказать, что при любых $x > 1$ и $y > 1$ выполняется $P(x^2 + y^2) > P(2xy)$.

4. Квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ принимает в точках $1/a$ и c значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена f(x) имеют разные знаки.

5. Сто последовательных чётных чисел взяли в качестве коэффициентов a_k и b_k в 50 квадратных уравнениях вида $x^2 + a_k x + b_k = 0$. Могут ли все эти уравнения иметь целые корни?